

# 数学与交叉应用

## 哈尔滨工业大学基础学科拔尖人才培养

### 国际暑期学校实施方案

#### 一、项目简介

数学特别是理论数学是我国科学研究的重要基础，对提升原始创新能力。为打牢学生的基础理论根基，理解数学与其他领域的交叉应用，培养更多创新人才，哈尔滨工业大学数学学院从数学基础与交叉应用两个方面开设国际暑期学校，邀请俄亥俄州立大学、莫斯科罗蒙诺索夫国立大学、圣彼得堡国立大学和拉脱维亚大学等相关领域专家，开展课程教学、学术讲座与创新实践活动。此次暑期学校的内容包括基础数学的几何分析、希尔伯特空间等；交叉学科的博弈论、传染病模型等。本次国际暑期学校以“基础与交叉并重”为特色，拓展学生的学术视野和知识运用能力，为数学及交叉应用学科培养优秀的后备人才。

本次国际暑期学校整体安排如图1所示。



图1 国际暑期学校整体安排

## 二、项目安排

### 1.课程

本次国际暑期学校的主要课程有四门，其中两门基础数学课程，两门应用数学课程。

主讲人	职称 /荣誉称号	单位	课程名称
Bo Guan	教授	美国俄亥俄 州立大学	Partial Differential Equations in Geometry
Vladimir Markovich Manuylov	教授	莫斯科罗蒙诺索夫 国立大学	Hilbert Space and Its Applications
Dmitry Gromov	研究员	拉脱维亚大学	Qualitative Analysis and Control for Epidemiological models
Ovanes Petrosian	副教授	圣彼得堡国立大学	Game Theory and Decision Science

### 2.前沿讲座

主讲人	职称 /荣誉称号	单位	讲座名称
Bo Guan	教授	美国俄亥俄 州立大学	Fully Nonlinear Partial Differential Equations and Related Problems in Geometry
Vladimir Markovich Manuylov	教授	莫斯科罗蒙诺索夫 国立大学	C* Algebra and Its Applications
Dmitry Gromov	研究员	拉脱维亚大学	Mathematical Epidemiology

### 3.课题研究

在本次暑期学校中，学生将就以下课题进行分组研究。

#### （1）基于高阶几何偏微分方程的SAR图像相干斑去除方法研究

利用几何方法提取图像特征，进一步设计方程系数建立方程，方程的演化可以很好地保护图像细节特征，尤其针对SAR的纹理细节特征进行保护，增加SAR图像的判别，为SAR图像的进一步检测和识别做支撑。

指导教师：Bo Guan、矫贺明（哈尔滨工业大学副教授）、郭志昌（哈尔滨工业大学副教授）

#### （2）希尔伯特空间在偏微分方程中的应用

希尔伯特空间作为一类无穷维空间，其上的算子可以看作“函数的函数”，因此在偏微分方程的研究中起到重要的作用，本项目的主要目的是指导学生对实际应用中出现偏微分方程应用希尔伯特空间进行分析和求解。

指导教师：Vladimir Markovich Manuylov、尤超（哈尔滨工业大学教授）

#### （3）哈尔滨市新冠疫情的建模、预测与控制研究

通过对流行病模型的学习，学生三人一组，自行组队，对哈尔滨市新冠疫情进行建模研究。

指导教师：Dmitry Gromov、杨畅（哈尔滨工业大学副教授）

#### （4）基于shaply值的决策提升树序列分析

利用博弈论理论对决策提升树模型的决策依据进行解释，实现可解释机器学习模型。基于中场定理的sharply值可解释神经网络，利用中场定理sharply值对深度神经网络进行解释，实现可解释深度学习模型。

指导教师：Ovanes Petrosian、郭志昌（哈尔滨工业大学副教授）

#### 4.其他

本次暑期学校拟举办中俄大学生数学邀请赛，竞赛采用笔试、闭卷的形式，考试范围主要为分析与代数，由与会专家和哈工大相关学科负责人共同拟定题目，评选出一、二、三等奖，颁发证书。

### 三、课程与讲座详细信息

#### 1.课程

**（1）Partial Differential Equations in Geometry:** 本课程主要面向有一定微分几何和偏微分方程基础的高年级本科生。主要内容是介绍几何中的偏微分方程理论以及研究现状，包括基础理论授课、前沿问题介绍等，主要目的是通过对基础理论的讲解和前沿问题的介绍，激发学生对基础数学的兴趣，帮助感兴趣的同学在理论上入门、拓展理论研究的视野。

**Bo Guan** 俄亥俄州立大学教授、曾任厦门大学长江讲座教授、“千人计划”国家特聘专家。研究方向为完全非线性偏微分方程和几何分析,曾经从事一些重要问题的研究,包

括一般区域上实和复Monge-Ampère方程的Dirichlet问题的解的存在性；具有常高斯曲率曲面的Plateau问题；闵可夫斯基-陈省身-亚历山大类型问题；双曲空间中具有常曲率和给定渐近边界的完备曲面；以及完全非线性偏微分方程的一般理论。部分研究成果发表在Annals of Mathematics, Communications on Pure and Applied Mathematics, Duke Journal of Mathematics, Journal of Differential Geometry, Journal of European Mathematical Society等国际专业数学期刊上。

**(2) Hilbert Space and Its Applications:** 本课程主要面向有一定泛函分析基础的高年级本科生。本课程的主要内容是介绍希尔伯特空间的基本理论和应用，以及目前的研究现状等，主要目的是激发学生对基础数学的兴趣，帮助感兴趣的同学入门并开展研究。

**Vladimir Markovich Manuylov** 莫斯科罗蒙诺索夫国立大学教授，在C\*-代数、Hilbert C\*-模及非交换几何等领域作出了在国际上具有相当影响的独创性研究。改进了经典的BDF理论使之适用于一般的C\*-代数，这一研究联系了与渐进同态和扩张有关的Connes-Higson映射，证明了在很多有趣的情形下这个映射是同构。作为一个推论，指出Connes和Higson的E-理论是Kasparov的KK-理论的一种特殊情况。此外还独立对C\*-代数的张量积定义了一个新的张量C\*-范数。这个张量C\*-范数相对于渐进同态表现良好，并且不同于最小、最

大张量 $C^*$ -范数。使用上述 $C^*$ -范数显示一些 $C^*$ -代数扩张不是半可逆的，构造了 $C^*$ -扩张的同伦可逆性的一个障碍，给出了第一个同伦不可逆 $C^*$ -扩张的例子。迄今在国际上发表论文60多篇，50多篇为SCI收录，在美国数学会出版专著一本。2009年获加拿大数学会G. de B. Robinson奖。

**( 3 ) Qualitative Analysis and Control for Epidemiological Models:** 本课程主要面向对数学以及流行病模型感兴趣的学生。本课程的主要内容是流行病模型中的数学理论（包括微分方程的定性分析等）、数学在流行病的分析与控制中的应用等，主要目的是培养学生探索与相关学科的交叉研究。

**Dmitry Gromov** 拉脱维亚大学研究员，曾任圣彼得堡国立大学应用数学与过程控制系副教授、外事副主任。长期从事数学热力学研究、热力学相空间几何结构分析、热力学与热机系统数学建模、稳定性分析、复杂网络分析，基于网络的方法在复杂过程分析中的应用。发表学术论文50余篇，主持俄罗斯国家自然科学基金等6项。

**( 4 ) Game Theory and Decision Science:** 本课程主要面向对博弈论以及决策科学感兴趣的学生。本课程的主要内容是博弈论和决策科学的基础理论以及在实际问题中的应用，主要目的是培养学生用数学的理论解决实际问题。

**Ovanes Petrosian** 圣彼得堡国立大学副教授，是国际人工智能与博弈论专家，长期从事人工智能的博弈论网络技

术研究，在人工智能、博弈论等顶级期刊发表学术论文20余篇，在国际人工智能和博弈论会议上作邀请报告、口头报告10余次，承担总统基金和俄罗斯国家基金等3项，兼任华为圣彼得堡研究院教授。

## 2. 前沿讲座

### **(1) Fully Nonlinear Partial Differential Equations and Related Problems in Geometry**

主讲人：Bo Guan（俄亥俄州立大学）

讲座简介：完全非线性偏微分方程在微分几何和复几何以及其他众多领域中有广泛应用。自从1985年Caffarelli-Nirenberg-Spruck的奠基性论文发表之后，出现了很多相关方面的重要工作，其中大部分主要关注具体的几何问题中出现的方程。在这个报告中我们希望讨论更一般的方程的可解性问题，即是否可以找到一些最基本的条件使得所考虑的方程有足够光滑的解，这样的问题不论是从偏微分方程理论还是几何应用的角度都是非常重要的。

### **(2) $C^*$ Algebra and Its Applications**

主讲人：Vladimir Markovich Manuylov（莫斯科罗蒙诺索夫国立大学）

讲座简介：本次讲座主要介绍 $C^*$ 代数的基本理论及其在数学、物理中的应用。

### **(3) Mathematical Epidemiology**

主讲人：Dmitry Gromov（拉脱维亚大学）

**讲座简介：**自新型冠状病毒疾病流行以来，人们对流行病学的理论基础越来越感兴趣。本讲座旨在介绍与流行病学模型的设计和分析相关的主要概念。将用许多实际例子来说明所描述的理论结果。我们将讨论基本再现数的作用及其计算方法。我们将学习如何设计一个成功的策略来防止疾病的传播，以及如何比较不同的策略。